

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ В ФИЗИКЕ ЧАСТИЦ

1 Семестр

Раздел 1 Теория вероятностей и математическая статистика

1.1 Тестирование (Т) - 8 Неделя

ТЕСТ С ВАРИАНТАМИ ОТВЕТА №1

Тестовое задание по разделу «Теория вероятностей и математическая статистика»:

- выполняется 15 мин.;
- состоит из 10 вопросов;
- правильные ответы к тесту №1: 1b;2c;3b;4a;5b;6c;7d;8c;9b;10c;

1. Пусть A и B два взаимно не исключающих множества элементарных событий X_i , т.е. некоторые события X_i могут принадлежать и к A , и к B . $P(A)$ - вероятность появления события, принадлежащего множеству A . $P(B)$ - вероятность появления события, принадлежащего множеству B . $P(A \text{ и } B)$ – обоим множествам одновременно. Тогда вероятность появления события, принадлежащего либо множеству A , либо множеству B , или обоим сразу $P(A \text{ или } B)$ равна:

| | |
|---|---|
| a) <input type="checkbox"/> $P(A) + P(B)$ | c) <input type="checkbox"/> $P(A) + P(B) + P(A \text{ и } B)$ |
| b) <input type="checkbox"/> $P(A) + P(B) - P(A \text{ и } B)$ | d) <input type="checkbox"/> $P(A \text{ и } B) - P(A) - P(B)$ |

2. $P(A)$ - вероятность появления события, принадлежащего множеству A . $P(B)$ - вероятность появления события, принадлежащего множеству B . Условные вероятности обозначим $P(A|B)$ и $P(B|A)$. Тогда теорема Байеса имеет вид:

| | |
|---|---|
| a) <input type="checkbox"/> $P(A \text{ и } B) = P(A B) P(B)$ | c) <input type="checkbox"/> $P(A B) = P(B A) P(A)/P(B)$ |
| b) <input type="checkbox"/> $P(A B) = P(B A) P(B)/P(A)$ | d) <input type="checkbox"/> $P(A \text{ и } B) = P(A B) P(A)P(B)$ |

3. Вероятность произойти двум независимым событиям с вероятностями $P(A)$ и $P(B)$ одновременно равна:

| | |
|---|---|
| a) <input type="checkbox"/> $P(A) + P(B)$ | c) <input type="checkbox"/> $P(A) - P(B)$ |
| b) <input type="checkbox"/> $P(A)P(B)$ | d) <input type="checkbox"/> $P(A)/P(B)$ |

4. Математическое ожидание $E(g(X, Y))$ функции $g(X, Y)$ двух случайных переменных X и Y при заданной совместной плотности $f(X, Y)$ равно:

| | |
|--|--|
| a) <input type="checkbox"/> $\iint g(X, Y) f(X, Y) dXdY$ | c) <input type="checkbox"/> $\iint g(X, Y)/f(X, Y) dXdY$ |
| b) <input type="checkbox"/> $\iint g(X, Y) XY dXdY$ | d) <input type="checkbox"/> $\iint g(X, Y)/(XY) dXdY$ |

5. Как связаны функция плотности распределения вероятности $f(x)$ случайной величины x и её функция распределения $F(x)$?

| | |
|---|--|
| a) <input type="checkbox"/> $f(x) = \frac{1}{F(x)}$ | c) <input type="checkbox"/> $f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x) dx$ |
| b) <input type="checkbox"/> $f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$ | d) <input type="checkbox"/> $f(x) = \ln(F(x))$ |

6. Коэффициент корреляции ρ двух случайных переменных может быть равен 0 :

| | |
|--|---|
| a) <input type="checkbox"/> только если они независимы | c) <input type="checkbox"/> как в случае их зависимости, так и независимости |
| b) <input type="checkbox"/> только если они зависимы | d) <input type="checkbox"/> только если их смешанный второй момент (ковариация) меньше нуля |

7. Дисперсия это:

| | |
|--|--|
| a) <input type="checkbox"/> первый алгебраический момент | c) <input type="checkbox"/> второй алгебраический момент |
| b) <input type="checkbox"/> третий абсолютный центральный момент | d) <input type="checkbox"/> второй центральный момент |

8. Пусть $f(X_1, X_2 \dots X_n)$ функция независимых случайных переменных $X_1, X_2 \dots X_n$. Приближенная формула для дисперсии $f(X_1, X_2 \dots X_n)$ имеет вид:

| | |
|--|---|
| a) <input type="checkbox"/> $D(f(X_1, X_2 \dots X_n)) \approx \prod_{i=1}^n \left(\frac{df}{dX_i} \right)^2 D(X_i)$ | c) <input type="checkbox"/> $D(f(X_1, X_2 \dots X_n)) \approx \sum_{i=1}^n \left(\frac{df}{dX_i} \right)^2 D(X_i)$ |
| b) <input type="checkbox"/> $D(f(X_1, X_2 \dots X_n)) \approx \sum_{i=1}^n D(X_i)$ | d) <input type="checkbox"/> $D(f(X_1, X_2 \dots X_n)) \approx \prod_{i=1}^n \left(\frac{df}{dX_i} \right)^2$ |

9. Если X и Y - независимые случайные переменные с характеристическими функциями $\xi_X(t)$, $\xi_Y(t)$, то характеристическая функция суммы $(X + Y)$:

| | |
|--|--|
| a) <input type="checkbox"/> $\xi_{X+Y}(t) = \xi_X(t) + \xi_Y(t)$ | c) <input type="checkbox"/> $\xi_{X+Y}(t) = \xi_X(t) / \xi_Y(t)$ |
| b) <input type="checkbox"/> $\xi_{X+Y}(t) = \xi_X(t) \xi_Y(t)$ | d) <input type="checkbox"/> $\xi_{X+Y}(t) = \xi_X(t) - \xi_Y(t)$ |

10. Какое из свойств пуассоновского потока не выполняется при регистрации событий конечной длительности:

| | |
|--|--|
| a) <input type="checkbox"/> стационарность | c) <input type="checkbox"/> отсутствие последействия |
| b) <input type="checkbox"/> ординарность | |

Раздел 2 Применение пакетов RooFit и RooStats для анализа данных

2.1 Тестирование (Т) - 16 Неделя

ТЕСТ С ВАРИАНТАМИ ОТВЕТА №2

Тестовое задание по разделу «Применение пакетов RooFit и RooStats для анализа данных»:

- выполняется 15 мин.;
- состоит из 10 вопросов;
- правильные ответы к тесту №2: 1d;2c;3a;4c;5b;6c;7a;8c;9b;10a.

Тест №2.

1. Мощность критерия - это вероятность того, что:

| | |
|--|--|
| a) <input type="checkbox"/> проверяемая гипотеза отброшена, в случае когда она неверна | c) <input type="checkbox"/> проверяемая гипотеза принимается, в случае когда она верна |
| b) <input type="checkbox"/> проверяемая гипотеза принимается, в случае когда она неверна | d) <input type="checkbox"/> проверяемая гипотеза отброшена, в случае когда она верна |

2. Что определяет границу критической области в случае применения критерия согласия χ^2 для проверки гипотезы о законе распределения?

| | |
|--|--|
| a) <input type="checkbox"/> Только количество каналов распределения и количество параметров исследуемого закона. | c) <input type="checkbox"/> Только количество каналов распределения, количество параметров исследуемого закона и уровень значимости. |
| b) <input type="checkbox"/> Только количество параметров исследуемого закона и уровень значимости. | d) <input type="checkbox"/> Только уровень значимости. |

3. Пусть \bar{x}_1 - оценка выборочного среднего для n измерений случайной величины x , σ^2 – оценка дисперсии выборочного среднего, тогда вероятность того \bar{x}_2 , полученное в результате следующих n измерений попадет в интервал $\bar{x}_1 \pm \sigma$ составляет:

| | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| a) <input type="checkbox"/> 67% | c) <input type="checkbox"/> 95% |
| b) <input type="checkbox"/> 99% | d) <input type="checkbox"/> 100% |

4. Функция правдоподобия для n нормально распределенных случайных величин с известными средними значениями μ и дисперсиями σ^2 имеет вид

| | |
|---|--|
| a) <input type="checkbox"/> $1/(\sigma \sqrt{2\pi}) \exp \{-0.5(X-\mu)^2/\sigma^2\}$ | c) <input type="checkbox"/> $(2\pi)^{-\frac{n}{2}} \sigma^{-n} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2\right)$ |
| b) <input type="checkbox"/> $-\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^4} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$ | d) <input type="checkbox"/> $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)$ |

5. Каким распределением описывается проверочная статистика, построенная в виде отношения функций правдоподобия, при проверке простой гипотезы о равенстве среднего значения

некоторому числу против сложной - о неравенстве среднего этому числу для выборки нормально распределенных случайных величин с известной одинаковой дисперсией?

| | |
|--|--------------------------------------|
| a) <input type="checkbox"/> Стьюдента | c) <input type="checkbox"/> χ^2 |
| b) <input type="checkbox"/> нормальным | d) <input type="checkbox"/> Пуассона |

6. Пусть α и β вероятности ошибок первого и второго рода соответственно. В случае проверки простой гипотезы какая из приведенных зависимостей соответствует критерию Неймана-Пирсона?

| | |
|--|--|
| | <p>a) <input type="checkbox"/> 1</p> <p>b) <input type="checkbox"/> 2</p> <p>c) <input type="checkbox"/> 3</p> |
|--|--|

7. Пусть θ оценка значения некоторого параметра, а θ_0 его истинное значение. Данная оценка будет эффективной если:

| | |
|---|---|
| a) <input type="checkbox"/> $E((\theta_0 - \theta)^2) = \min$ | c) <input type="checkbox"/> $P(\theta_0 - \theta > \varepsilon) < \eta$ для $\forall \varepsilon > 0, \eta > 0$ |
| b) <input type="checkbox"/> $E(\theta_0 - \theta) = 0$ | d) <input type="checkbox"/> $E((\theta_0 - \theta)^2) = \max$ |

8. Если в результате совместной оценки нескольких параметров получена ковариационная матрица недиагональные элементы которой равны 0, то можно утверждать, что:

| | |
|---|---|
| a) <input type="checkbox"/> дисперсии оценок параметров равны 0 | c) <input type="checkbox"/> между параметрами нет корреляций |
| b) <input type="checkbox"/> между параметрами существуют корреляции | d) <input type="checkbox"/> недостаточно информации для утверждения о наличии или отсутствии корреляций между параметрами |

9. Если при проверке гипотезы значение проверочной статистики, полученное на основе экспериментальных данных, попало в критическую область:

| | |
|--|---|
| a) <input type="checkbox"/> гипотеза принимается | c) <input type="checkbox"/> необходимо изменить уровень значимости |
| b) <input type="checkbox"/> гипотеза отвергается | d) <input type="checkbox"/> необходимо выполнить проверку с использованием другого критерия |

10. Пусть $P(X \in w_\alpha | H_1)$ вероятность того, что значение проверочной статистики X при проверке гипотезы H_0 против конкурирующей H_1 попадает в критическую область w_α в случае, когда верна гипотеза H_1 (α -уровень значимости). Если выбранный критерий проверки гипотезы

является состоятельным, то с ростом объёма анализируемой выборки N , вероятность $P(X \in w_\alpha | H_1)$ стремиться к пределу:

| | |
|---|--|
| a) <input type="checkbox"/> $\lim_{N \rightarrow \infty} P(X \in w_\alpha H_1) = 1$ | c) <input type="checkbox"/> $\lim_{N \rightarrow \infty} P(X \in w_\alpha H_1) = \alpha$ |
| b) <input type="checkbox"/> $\lim_{N \rightarrow \infty} P(X \in w_\alpha H_1) = 0$ | d) <input type="checkbox"/> $\lim_{N \rightarrow \infty} P(X \in w_\alpha H_1) = \infty$ |

1 Семестр

Экзамен

ТЕСТ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКЗАМЕНА

Средство итоговой аттестации. Тест состоит из 20 вопросов. Тест выполняется 20 минут. Максимальный балл равен 50 баллов. Проводиться в режиме онлайн с использованием системы vector (vector.mephi.ru).

1. Какое значение будет присвоено переменной x в результате выполнения команды :

`RoorealVar x("x", "Title x variable ", 1., 0., 10.) ; ?`

- 1) 1.
- 2) 0.
- 3) 10.

2. Какой из аргументов определяет минимальное возможное значение переменной x в команде `RoorealVar x("x", "Title x variable ", a, b, c) ; ?`

- 1) a
- 2) b
- 3) c.

3. Какой из методов позволяет добавить в объект w типа `Rooworkspace` вещественную функцию f ?

- 1) `w.import("f");`
- 2) `w.get("f");`
- 3) `w.pdf("f");`

4. Какой из методов объекта w типа `Rooworkspace` позволит присвоить вновь создаваемой функции g вещественную функцию f , содержащуюся в w ?

- 1) `RoorealAbsPdf* g = w.import("f");`
- 2) `RoorealAbsPdf* g = w.get("f");`
- 3) `RoorealAbsPdf* g = w.pdf("f");`

5. Какой из методов объекта w типа `Rooworkspace` позволяет сохранить его в файл на диске?

- 1) `w.Write();`
- 2) `w.Import();`
- 3) `w.Save();`

6. Какой из методов объекта f типа `RoorealAbsReal` позволяет вычислить значение интеграла ?

- 1) `f.createIntegral(x);`
- 2) `f.getIntegral(x);`
- 3) `f.Integral(x);`

7. Какой из методов объекта `f` типа `RooAbsReal` позволяет смоделировать 10000 значений переменной `RooRealVar` `x` в соответствии ф.п.в. `f`?

- 1) `f.generate(x,10000) ;`
- 2) `f.simulate (x,10000);`
- 3) `f.produce(x,10000);`

8. Пусть определён указатель на набор данных `RooDataSet*` `data` и функция плотности вероятности `RooAbsReal*` `f`. Какой из приведённых ниже методов класса `RooAbsReal` фитирует набор данных `data` функцией `f`.

- 1) `f->fitTo(*data) ;`
- 2) `f->fit(*data) ;`
- 3) `data->fitTo(*f) ;`
- 3) `data->fit(*f) ;`

9. Используя классы `RooFit` определить ф.п.в. $f(x)$ используя символьную строку `"exp(x*a)-b*x"`

- 1) `RooGenericPdf f("f","Title","exp(x*a)-b*x", RooArgSet(x,a,b));`
- 2) `RooAbsReal f("f","Title","exp(x*a)-b*x", RooArgSet(x,a,b));`
- 2) `RooRealVar f("f","Title","exp(x*a)-b*x", RooArgSet(x,a,b));`

10. Пусть определены две функции с идентификаторами `fun1` и `fun2`. Какая из приведённых ниже команд определяет функцию `sum`, являющуюся суммой этих двух?

- 1) `RooAddPdf sum("sum"," fun1 + fun2",RooArgList(fun1,fun2), RooArgList(fun1frac)) ;`
- 2) `RooSumPdf sum("sum"," fun1 + fun2",RooArgList(fun1,fun2), RooArgList(fun1frac)) ;`
- 3) `RooAddTo sum("sum"," fun1 + fun2",RooArgList(fun1,fun2), RooArgList(fun1frac)) ;`

11. Даны две функции с идентификаторами `fun1` и `fun2`. Какая из приведённых ниже команд определяет функцию, являющуюся свёрткой этих двух и использующей Фурье преобразования для вычисления интегралов .

- 1) `RooFFTConvPdf lxx("lxx"," fun1 (X)fun2",t, fun1, fun2,2)`
- 2) `RooNumConvPdf lxx("lxx"," fun1 (X)fun2",t, fun1, fun2,2)`
- 3) `RooAbsFourierConvPdf lxx("lxx"," fun1 (X)fun2",t, fun1, fun2,2)`

12. Какая из приведённых ниже команд определяет отрицательную логарифмическую функцию правдоподобия ?

- 1) `RooNLLVar nll("nll","nll",pdf,data,Extended()) ;`
- 2) `RooNumNLL nll ("nll","nll",pdf,data,Extended()) ;`
- 3) `RooProfileLL nll ("nll","nll",pdf,data,Extended()) ;`

13. Какой из методов объекта `r` типа `RooFitResult*` позволяет получить информацию о погрешностях, полученных в результате фита параметров?

- 1) `r->covarianceMatrix()` ;
- 2) `r->correlationMatrix()` ;
- 3) `r->edm()`;
- 4) `r->error()`;

14. Задана логарифмическая χ^2 -функция правдоподобия `nll`, которая содержит параметр `frac`. Используя классы `Roofit` определить профильную по параметру `frac` χ^2 -функцию правдоподобия.

- 1) `Roofit::ProfileLL pll ("pll_frac","pll",nll,frac);`
- 2) `Roofit::NumPNLL pll ("pll_frac","pll",nll,frac);`
- 3) `Roofit::NLLProfile pll ("pll_frac","pll",nll,frac);`

15. Какое из приведённых ниже определений является определением p -значения (p -value).

- 1) p = вероятность, в предположении гипотезы H_0 , наблюдать данные настолько же или менее совместные с H_0 , чем данные полученные нами
- 2) p = вероятность, в предположении гипотезы H_0 , наблюдать данные настолько же или более совместные с H_0 , чем данные полученные нами
- 3) p = вероятность, в предположении гипотезы H_0 , наблюдать данные, попадающие в область допустимых значений проверочной статистики

16. Как зависит CL_s от CL_b и CL_{s+b} ? (CL -Confidence Level, s -signal, b -background)

- 1) $CL_s = CL_{s+b}/(1-CL_b)$
- 2) $CL_s = CL_b/(1-CL_{s+b})$
- 3) $CL_s = 1/(CL_{s+b} - CL_b)$

17. Как зависит CL_s от p_b и p_{s+b} ? (CL -Confidence Level, p -value, s -signal, b -background)

- 1) $CL_s = p_{s+b}/(1-p_b)$
- 2) $CL_s = p_b/(1-p_{s+b})$
- 3) $CL_s = 1/(p_{s+b} - p_b)$

18. Пусть λ - функция отношения правдоподобий, используемая для оценки параметра μ . Какой доверительной вероятности соответствует интервал, ограниченный точками пересечения

зависимости $-2\log \lambda$ от μ параллельной оси μ линией на уровне $-2\log \lambda = 0.5$?

- 1) 68 %
- 2) 95 %
- 3) 99 %

19. Как выражается значимость теста в единицах сигма Z через p -значение? ($\Phi(x)$ -интеграл от стандартного нормального распределения от $-\infty$ до x)

- 1) $Z = \Phi^{-1}(1-p)$
- 2) $Z = \Phi(1-p)$

3) $Z = \Phi^{-1}(p)$

4) $Z = \Phi(p)$

20. Если требуется поставить верхний предел на сечение то в качестве нулевой гипотезы H_0 выбирается гипотеза о том, что исследуемое распределение содержит события, относящиеся

1) как к фону так и к сигналу

2) только к фону

3) только к сигналу